Ecuaciones Diferenciales I
Tarea 3

1. Resuelve los problemas de condición inicial

$$\text{i)}\ -y' + y = -x;\ y(0) = 2 \qquad \text{ii)}\ y' = 2x;\ y(0) = 1$$
$$\text{iii)}\ 2y' - 3y = 6;\ y(0) = -1 \qquad \text{iv)}\ y' - y = e^{4x};\ y(0) = -3$$

y en cada caso comprueba que la expresión que hayas encontrado sea la solución.

2. Resuelve los problemas de condición inicial

$$\text{i)}\ y' = \frac{2x}{1+2y};\ y(0) = 2 \qquad \text{ii)}\ y' = 2x(1+2y);\ y(1) = -\frac{1}{2}$$
$$\text{iii)}\ y' = y\sin(x);\ y(0) = 1 \qquad \text{iv)}\ y' = \frac{x}{y};\ y(-1) = 2$$

3. Da la solución general de cada una de las ecuaciones diferenciales

$$\text{i)}\ y' = \frac{x+2y}{2x-y} \qquad \text{ii)}\ y' = \frac{x^2+3xy+y^2}{x^2}$$

4. a) Encuentra la solución de la ecuación

$$y' = \frac{2y-x}{2x-y}$$

b) Encuentra la solución de la ecuación

$$y' = \frac{2y-x+5}{2x-y-4}$$

Sugerencia: considera un cambio de variables $x = X - h;\ y = Y - k$; eligiendo las constantes h y k de modo que la ecuación sea homogénea en las nuevas variables X y Y

5. En cada caso halla un factor integrante y resuelve la ecuación.

$$\text{i)}\ y' = \frac{1}{\sin(y) - \frac{x}{y}} \qquad \text{ii)}\ y' = \frac{y}{e^{-2y} - 2xy}$$
$$\text{iii)}\ y' = -\frac{e^x}{e^x\cot(y) + 2y\csc(y)} \qquad \text{iv)}\ y' = -\frac{\frac{4x^3}{y^2} + \frac{3}{y}}{\frac{3x}{y^2} + 4y}$$

6. Describe el comportamiento de las soluciones de la ecuación diferencial

$$y' = \sin(y)$$

7. Halla la familia de trayectorias ortogonales a cada una de las siguientes familias de curvas

$$\text{i)}\ (x-c)^2 + y^2 = c^2 \qquad \text{ii)}\ x^2 - xy + y^2 = c^2$$
$$\text{iii)}\ 2cy + x^2 = c^2;\ c > 0 \qquad \text{iv)}\ x^2 + y^2 = c^2$$

Traza alguna gráfica que muestre ambas familias de curvas en cada caso.

8. La ecuación diferencial de Bernoulli es de la forma

$$y' + p(x)y = q(x)y^n.$$

Si $n \neq 0, 1$, muestra que esta ecuación puede ser llevada a una ecuación diferencial de variables separables mediante un cambio de variable apropiado.