Ecuaciones Diferenciales I
Tarea 5

1.Halla la solución de las ecuaciones diferenciales por medio del método de coeficientes indeterminados

$i)$ $y'' + y' - 2y = 2x,\quad y'(0) = 1,\ y(0) = -1$
$ii)$ $y'' + 4y = x^2 + e^x,\quad y''(0) = 1,\ y(0) = -1$
$iii)$ $y'' + \alpha^2 y = \cos(\omega x),\quad y''(0) = 1,\ y'(0) = -1$
$iv)$ $y'' + 2y' + 5y = 3\sin(2x),\quad y'(0) = 2,\ y(0) = -1$
$v)$ $y'' + 2y' - 2y = 4e^{-x}\cos(2x),\quad y'(0) = -1,\ y(0) = -1$
$vi)$ $y'' + 9y = x^2 e^{3x}\quad y'(0) = 0,\ y(0) = -1$
$vii)$ $y'' + y = 3\sin(2x) + x\cos(2x),\quad y'(0) = -1,\ y(0) = -1$
$viii)$ $y'' + 2y' = 3\sin(3x),\quad y'(0) = -1,\ y(0) = -1$
$ix)$ $y'' - y' - 2y = e^{2x},\quad y'(0) = 1,\ y(0) = 1$
$x)$ $y'' - y' - 2y = 2\sinh x,\quad y'(0) = 5,\ y(0) = -2$

y comprueba que las soluciones que hallaste satisfacen la ecuación diferencial

2. Por medio del método de coeficientes indeterminados halla la solución general de

$$y'' + \lambda^2 y = \sum_{m=1} a_m \sin(m\pi x),$$

con $\lambda > 0$ y $\lambda \neq m\pi$ para $m = 1, \ldots, N$

3. En muchos problemas físicos la función de entrada (es decir, el término no homogéneo) puede especificarse mediante diferentes fórmulas en distintos períodos. Como ejemplo, por medio del método de coeficientes indeterminados halla la solución $\phi(t)$ de

$$y'' + y = \begin{cases} t \text{ si } 0 \leq t \leq \pi \\ \pi e^{\pi - t}, \text{ si } t > \pi \end{cases}$$

que satisfaga las condiciones iniciales $y(0) = 0$ y $y'(0) = 1$. Suponer que y y y' también son continuas en $t = \pi$. Sugerencia: resolver el problema con valor inicial para $t \leq \pi$ y luego para $t > \pi$, determinando las constantes de la última solución a partir de las condiciones de continuidad en $t = \pi$.

4. Aplica el método del problema anterior para resolver por medio del método de coeficientes indeterminados la ecuación diferencial

$$y'' + 2y' + 5y = \begin{cases} 1 \text{ si } 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, \text{ si } t > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Trazar las gráficas del término no homogéneo y de la solución como funciones del tiempo