Ecuaciones Diferenciales I
Tarea 8

1. En cada uno de los problemas aplica la transformada de Laplace para resolver el problema de condiciones iniciales dado.

$$
\begin{aligned}
&i)\ y'' - 2y' + 2y = e^{-t},\ y(0) = 1,\ y'(0) = 2\\
&ii)\ y'' + 2y' + y = \cos t,\ y(0) = 2,\ y'(0) = -1\\
&iii)\ y'' + \omega^2 y = \cos 2t,\ \omega^2 \neq 4,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0\\
&iv)\ y'' + 2y' + y = 4e^{-t},\ y(0) = 2,\ y'(0) = -1\\
&v)\ y'' - 2y' + y = e^{-t},\ y(0) = 1,\ y'(0) = -1
\end{aligned}
$$

2. Halla la transformada de Laplace de la solución de los problemas con valor inicial

$$
\begin{aligned}
&i)\ y'' + 2y' + 2y = \begin{cases} 1, & \pi \le t < 2\pi \\ 0, & 2\pi \le t < \infty \end{cases},\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1\\
&ii)\ y'' + 2y' + y = \begin{cases} 1, & 0 \le t < 1 \\ 0, & 1 \le t \end{cases},\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0
\end{aligned}
$$

3. Prueba la propiedad asociativa

$$(f * g) * h = f * (g * h)$$

de la integral de convolución

4. Halla la transformada inversa de Laplace de cada una de las funciones $F(s)$ al aplicar el teorema de convolución

$$
\begin{aligned}
&i)\ F(s) = \frac{1}{s^4 (s^2 + 1)}\\
&ii)\ F(s) = \frac{s}{(s + 1)(s^2 + 4)}\\
&iii)\ F(s) = \frac{1}{(s + 1)^2 (s^2 + 4)}\\
&iv)\ F(s) = \frac{G(s)}{s^2 + 1}
\end{aligned}
$$

5. Expresa la solución al problema de valor inicial dado en términos de una integral de convolución.

$$
\begin{aligned}
&i)\ y'' + \omega^2 y = g(t),\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1\\
&ii)\ y'' + 2y' + 2y = \sin(\alpha t),\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0\\
&iii)\ 4y'' + 4y' + 17y = g(t),\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0\\
&iv)\ y'' + 3y' + 2y = \cos(\alpha t),\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0
\end{aligned}
$$